

**INTORNO AL
MAXIMUM DI
DENSITÀ
DELL'ACQUA
DISTILLATA, ...**

Francesco Rossetti







Al. C. ...
 Dr. ...
 ...

100



INTRODO AL MAXIMUM DI DENSITA

DELL'ACQUA DISTILLATA,

DELL'ACQUA DELL'OROLOGIO E DI MOLTE SOLUZIONI SALINE

ED INTRODIZIONE

ALLA DILATAZIONE DI QUESTI LIQUIDI.



EDIMENDENTE

DEL DOTT. FRANCESCO ROSSETTI

**RAPPRESENTAZIONE DI MOLTE REAGIE E FORMAZIONI DI PIUMATO, MOLTO ORDINATE
DELL'ACQUA DISTILLATA, E COMPARAZIONE DI MOLTE SOLUZIONI**

**(Ritirato dal Vol. XII, Serie III degli Atti dell'Istituto Veneto di Scienze,
Lettere ed Arti)**



VENEZIA

TIPOGRAFIA DI GIUSEPPE BERTOLINI

IN TUTTE LE LIBRERIE

INTRODUZIONE

Che l'acqua del mare abbia un massimo di densità è questione risolta da lungo tempo. Già Rumford e Berzelius avevano espresso l'opinione, che l'acqua sola debba avere, al pari della distillata, la proprietà di presentare un massimo di densità.

È ben vero che Gay-Lussac e Berzelius avevano espressa un'opinione opposta, e che Marcel aveva riferito alla Società Reale di Londra (1816) delle esperienze tendenti a comprovare che l'acqua marina continua a restringersi fino al suo congelamento, e che più tardi (1827) Hermann aveva letto dinanzi all'Accademia di Berlino un lavoro da lui intrapreso per esaltamento di Humboldt, dal quale risultava che con ogni massimo di densità per l'acqua di mare a partire dalla temperatura di $+ 8^{\circ}$ fino a $- 3^{\circ}$.

Ma Desprez con accuratezza esperimentale giunse a provare che l'acqua dell'Atlantico raggiunge il massimo

di densità alla temperatura di $- 1',67$ centesimi il suo congelamento ha luogo alla temperatura di $- 1',81$. Egli espose le sue ricerche anche a molte soluzioni saline e giunse alle seguenti conclusioni:

1) L'acqua di mare e tutte le dissoluzioni acquose hanno un maximum di densità.

2) Il maximum di densità si abbassa più rapidamente del punto di congelamento.

3) L'abbassamento del punto di gelo si fa sotto dello zero, e l'abbassamento del maximum si fa sotto de 4° sotto sensibilmente proporzionale alla quantità di materia straniera aggiunta all'acqua.

Quest'ultima legge venne dal Despretz piuttosto intrinsecamente che dimostrata rigorosamente, come apparisce dai risultati delle sue esperienze, donde poteva sembrare opportuna una verificazione della medesima.

Così opera l'illustre M. Regnault che mi onorò a fare questa studi due anni or sono, quando io ebbi la fortuna di soggiornare alcuni mesi nel suo laboratorio.

Non faeno che soddisfare ad un debito di riconoscenza ringraziandolo con pubblicazione dei suoi consigli ed insegnamenti — Debbo ricordare altresì con grato animo l'assistenza prestatami nelle prime esperienze del mio amico E. Feltz, in allora preparatore particolare di M. Regnault.

La determinazione del maximum di densità per l'acqua del mare Adriatico e per le soluzioni saline, nell'intento di verificare le leggi trovate da Despretz forma appunto l'oggetto di questi miei studi, nel corso dei quali ho condotto naturalmente alla ricerca del maximum di densità per l'acqua distillata, ed a stabilire la curva di dilatazione di questo liquido.

Questa lettera può essere divisa in due Memorie; nella prima espongo il metodo da me seguito in tali ricerche, le esperienze fatte per determinare il coefficiente di dilatazione cubica degli strumenti, e quelle che servono a calcolare la dilatazione dell'acqua distillata; nella seconda mi farò poi ad additare i risultati delle esperienze circa la dilatazione delle soluzioni saline.

MEMORIA PRIMA

RICERCHES SUI CALORE SPECIFICI OTTENUTI DA ALTRI SPERIMENTATORI.

Pochi argomenti sono stati studiati con tanta cura come quello della dilatazione dell'acqua, e del suo maximum di densità. Dopochè gli accademici di Firenze ebbero dimostrato per primi (1670) che l'acqua approssimandosi alla temperatura di zero gradi si dilata in luogo di restringersi, moltissime esperienze vennero intraprese da moltissimi sperimentatori, e ciò naturalmente si spiega nel seguente modo: nella temperatura da loro assegnata al maximum, viene apparsa dalla seguente tabella:

Organismi	Calcolazioni	Temperatura del Maximum	
Deles	Biot	3,480	
	Ekstrand	3,50	
	Fauquier	4,25	
	Hallstrom	4,25	
Dufon	Dufon	3,39	
	Biot	4,25	
Gillie	Young	3,50	
	Biot	3,50	
	Eytelwein	3,50	
	Walbeck	4,44	
Schmidt	Hallstrom	3,33	
	Eytelwein	3,54	
	Hallstrom	3,53	
Charles	Biot	3,59	
	Fauquier	3,53	
Lafrey Ghiesb.	Lafrey Ghiesb.	4,44	
Hallstrom	Hallstrom	4,25	
Buchol	Buchol	4,05	Primo esperimento

Cont. della Tabella

Osservatore	Cannolatore	Temperatura del Barometro	
Stanford. . .	Stanford. . .	4,28	
		3,47	
Treble . . .	Treble . . .	4,25	
Hoge . . .	Hoge . . .	3,22	
		3,88	
		4,46	
Ekstrom . . .	Ekstrom . . .	3,69	
		3,80	
Hillstrom . . .	Hillstrom . . .	4,00	Eggs post 1887
Stumpfer . . .	Stumpfer . . .	3,75	
Mauke . . .	Mauke . . .	3,84	Formole d'interp.
Desprez . . .	Desprez . . .	4,207	I. Metodo
" . . .	" . . .	3,907	II. "
Praskonkova . . .	Praskonkova . . .	3,85	Formole d'interp.
Hermann Kapp . . .	Hermann Kapp . . .	4,28	
Isidore Pierre . . .	Isidore Pierre . . .	3,92	id.
J. F. Joute e Flayole . . .		3,945	Met. de d. Hoge, Treble, Hoge Isid., Ekstrom, Desprez
Flicker e Gell- sler. . . .	Flicker (1)	3,80	

Questi risultati ed i metodi di osservazione furono successivamente discussi da Hillstrom, da Desprez, da H. Kapp, da I. Pierre. I numeri 4",10 4",40 4",60 3",32 citati da questi quattro astronomi svedesi sono i medesimi

(1) Fatti notare la misura di Flicker soltanto quando il presente lavoro era in corso di stampa. Flicker quando era ineditato e propriamente a posto riguardo T=700 come temperatura del Barometro.

in un fra di loro che si possono riguardare come l'espressione esatta del grado di temperatura a cui ha luogo il massimo di densità.

Ma non esiste poi lo stesso accordo riguardo al valore numerico della densità che possiede l'acqua a differenti temperature. Così, per esempio, prendendo per unità di volume e la densità dell'acqua alla temperatura del massimo, ottenesi a seguenti risultati:

	Vol. a 0°	Dens. a 0°
Hallstrom	1,0001062	0,999892
Despretz	1,0001260	0,999872
Rapp	1,0001322	0,999867
Pierre	1,0001100	0,99989000027

La differenza incisa è piccola e fa un dubbio nella maggior parte dei casi, non costruendo non si manifestano che alla quinta cifra decimale. Ma però, se alcuni non può rassicurare di avere quei numeri con precisione almeno fino alla sesta cifra; e ad ogni modo questa fa l'istinto di quegli sperimentatori, pochi esprimerò il volume e la densità dell'acqua a differenti temperature con sette cifre decimali. Anzi il Pierre spinge tutt'oltre lo scrupolo nel non calcoli che rappresentò la densità con 11 cifre decimali, comparazione che fu giustamente censurata da H. Rapp, il quale osservò che non è possibile di spingere in questo genere di cose che il grado di precisione al di là della sesta o tutta al più della settima cifra decimale, come lo presuppone le stesse esperienze di L. Pierre.

Il Despretz, il Favier ed il Kopp soggiunsero nelle loro ricerche lo stesso metallo, oppure ottennero risultati che concindevano a differenza colla quella colla decantata.

Io sono portato a ritenere più esatti i numeri dati dal Despretz, che non quelli degli altri due sperimentatori.

Il Despretz infatti avendo in vista di studiare la dilatazione dell'acqua in prossimità alla temperatura di 4° ha determinato il coefficiente di dilatazione cubica dei suoi strumenti tra 4° e 25° oltre quella tra 4° e 100° .

Il Favier si avventurò invece del coefficiente di dilatazione tra 0° e 100° ; ed il Kopp determinando sperimentalmente la dilatazione cubica dei suoi dilatometri tra 18° e 100° , e dedusse perciò col calcolo il coefficiente medio di dilatazione cubica tra 0° e 100° . Ma come le esperienze di Regnaud e d' altri hanno fatto conoscere, e come apparirà evidentemente anche dal presente lavoro, il coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro aumenta sensibilmente coll' aumentare della temperatura, in modo che, volendo procedere con cautela, conviene tener conto di questo circostanza, come infatti fece il Despretz; mentre gli altri due sperimentatori che l' hanno trascurata, abbiano dei risultati sbandati, pressochè fra di loro, ma notevolmente diversi da quelli ottenuti dal Despretz.

Io determinai il coefficiente di dilatazione del vetro, coll' essere formati gli strumenti, tra 0° e 25° , poi tra 0° e 50° , indi tra 0° e 65° , e finalmente tra 0° e 100° . E quando mi venne degli strumenti per studiare la dilatazione dell'acqua in prossimità al massimo loro uso, come ha inteso, del coefficiente medio tra 0° e 25° , con che ebbe risulteramenti assai prossimi a quelli del Despretz.

Come accenna poco fa non era punto una intenzione di occuparmi della dilatazione dell'acqua distillata, come

do più che sufficiente per così piccoli le tavole del Dens-
pola che danno il volume e la densità dell'acqua di grado
in grado da $- 8$ fino a $+ 17$, ed il volume da $+ 4^{\circ}$ fino
a 100° , oppure le 4 formule empiriche di H. Kopp che ser-
vono a calcolare il valore dell'acqua da 0° a 25° , da 25°
a 50° , da 50° a 75° , e da 75° a 100° gradi.

Ho voluto però annunciare con questa ricerca per sol-
lecitare altri quasi ad una prova di metodo che intende-
va di usare nelle ulteriori esperienze; ed il risultato fu
real solidamente che giurò così facile il pubblicarlo.

PARTE PRIMA

DESCRIZIONE DELL'STRUMENTO, MODO DI SPERIMENTARE E DI CALCOLARE LE RISULTATE.

Lo strumento, di cui mi valsi in queste ricerche, è sem-
plicità, come è semplice del pari la teoria del medesimo.

Venne descritto ed usato per la prima volta da M. Tan-
goulli (*Annales de Chimie et de Physique*, 2.^a Série, T. IX,
4812) e servendo esso alla ricerca della densità o del volu-
me dei liquidi a differenti temperature: potrebbe darli den-
sità o volumensità se questi non son fuori spe-
ciali ed altri strumenti. Il Kopp lo chiama dilatometro, per-
chè serve allo studio della dilatazione dei liquidi (come si
potrebbe dirlo con maggior proprietà platonica).

Essa ha la forma d' un grosso termometro il cui tub-
bo diviso BC (Fig. 1) continua da un lato col bulbo ri-
tardato B A, e dall'altro con un tubbo puro cilindri-
co D E, munito internamente verso il fondo, al quale
si adatta un cappello E, pure munito sul lato
esterno e che fa l'ufficio di termocolla.

Negli strumenti da noi adoperati il bulbo A B era lungo circa 18 centimetri, largo 23 millimetri, e la sua capacità di circa 60 centimetri cubici.

Il tubo capillare B C era lungo 12 centimetri; ed il suo diametro interno di circa 1 millimetro; esso era stato scelto perfettamente calibro, e diviso con molta diligenza in 100 parti uguali dello zero della parte inferiore. L'antenna D C era lunga 12 millimetri, alto 50.

Determinato che si abbia con esperienze preliminari la capacità dello strumento alla temperatura di zero gradi, il suo peso, il peso dell'aria che occupa quella capacità, ed il coefficiente di dilatazione del vetro con cui è formata, non che la capacità di una delle divisioni del bulbo, riesce facile di studiare col suo mezzo la dilatazione e quindi la densità dei liquidi a differenti temperature.

Si riempie lo strumento del liquido e poi lo si circonda di ghiaccio fondentesi, se si vuol determinarne la densità alla temperatura di zero gradi, ovvero lo si colloca in un bagno, nel quale stiano contemporaneamente immerse del termometro, ove si sa che la densità ad una temperatura. Importa che la temperatura si mantenga costante almeno per mezz' ora. Quando è passato un tempo bastevole a far sì che tutto il liquido contenuto nello strumento abbia raggiunta la temperatura del bagno, si leva quella porzione del liquido che sta nell'antenna e nella parte superiore del tubo stesso, benchè sufficienti facilmente introdurrendosi un sottile straccio di carta bibula attorcigliata, che assorbe in virtù della sua capillarità il liquido fino al luogo ove perviene la punta del mena, e serve in pari tempo ad asciugare la parete del tubo. Possiamo d' ora levare tanto liquido che il suo livello arrivi per esempio fino alla divisione *quinta*, se per altri dieci minuti quel livello rimane stazio-

norma, ed egualmente restino stazionarie le indicazioni del barometro annesso nella stessa laguna, si può ritenere che il liquido contenuto nello strumento abbia una temperatura uniforme ed uguale a quella indicata dal termometro. — Prima di levare lo strumento dal luogo di osservazione bensi con carta liscia la parete interna dell'istesso, che poscia si chiude una appostandovi il cappelletto.

Indi si porta lo strumento nella stanza ove è collocata la bilancia, e prima di fare la pesata si attende che lo strumento ed il liquido contenuto abbiano acquistata la temperatura della stanza. Perchè ciò avvenga più presto, meglio, si tiene sempre posato in un vaso dell'acqua avente una temperatura alquanto superiore, ed inferiore secondo il caso, a quella della stanza, e vi si lascia immergere lo strumento un quarto d'ora o metà ora all'incirca, poscia lo si asciugha rapidamente, e lo si pone sulla bilancia. Queste precauzioni sono necessarie perchè la precisione dei risultati è specialmente esposta nella esattezza delle pesate; e se lo strumento avesse una temperatura più bassa di quella della bilancia, le sue pareti si raffredderebbono d'un velo di vapore acquoso che tenderebbe a esserle la pesata. — Corre notare fin d'ora che sull'altro piatto della bilancia invece costantemente collocato uno strumento di volume uguale a quello che serve per le esperienze, e ripieno uno stesso di liquido (non chiuso superiormente), e ciò allo scopo di risparmiare la correzione che si dovrebbe fare in ogni pesata per variazion dell'aria spostata dallo strumento.

Dal peso ottenuto si sottrae il peso dello strumento vuoto di liquido e privo di aria, e la differenza rappresenterà il peso del liquido che occupa la capacità dello strumento fino alla distanza z^{ma} , alla temperatura indicata dal termometro.

Sia P_1 il peso del liquido

W_1 il volume che esso occupa

t la temperatura,

si avrà la densità dividendo il peso pel volume, cioè

$$d_1 = \frac{P_1}{W_1}.$$

Chiamiamo

R_0 la capacità che allo zero di temperatura ha lo strumento fino alla divisione zero

α il coefficiente di dilatazione media tra 0° e t gradi

Alla temp. di t gradi quella capacità sarà

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t).$$

Rappresenti inoltre

m il peso del mercurio che riempie una divisione del tubo

D la densità del mercurio, sarà

$\frac{m}{D}$ il volume cioè la capacità di una divisione

$n \frac{m}{D}$ il volume di n divisioni

Per conseguenza se il liquido arriva nello strumento fino alla divisione n^{esima} , il suo volume sarà

$$W_t = R_t + n \frac{m}{D} = R_0 (1 + \alpha t) + n \frac{m}{D}$$

e quindi

$$(1) \quad d_t = \frac{P_1}{R_0 (1 + \alpha t) + n \frac{m}{D}}$$

In quel formula serve a calcolare la densità,

Quando si voglia far uso di questo strumento per studiare la legge di dilatazione d'un liquido entro limiti re-

diretti di temperatura, come, per esempio, nella ricerca del massimo di densità, ove importa di conoscere un numero grande di valori della densità a temperature variamente fra di loro ed in prossimità alla temperatura del massimo, allora basta una sola prova, per cui nella formula (1) Pt rimane costante, e variabilmente α . Infatti allora lo strumento si comporta come un termometro; se il liquido si dilata si innalza il suo livello nel tubo diviso, e scende se si abbassa quando il liquido si restringe.

Ma se vogliamo determinare le densità del liquido a temperature discrete indipendentemente le une dalle altre, lo strumento diventa un vero termometro a peso: nella formula (1) Pt varia ad ogni nuova osservazione ed invece si procura di mantenere α costante; si fa in modo, cioè, che il livello del liquido scenda ogni volta all'incirca alla divisione 100^{ma}; facendo però conto anche anche delle variazioni dell'aria.

La formula (1) che serve a calcolare la densità esige una certa conoscenza delle quantità k e B_0 , cioè del coeff. di dilatazione cubica dello strumento, e della sua capacità.

Prima di esporre le esperienze che servono a queste determinazioni credo utile di dare qualche indicazione intorno alle bilancie, ed ai termometri usati, affinché si possa evitare dell'io fidarsi nei risultati delle sue esperienze. Poiché trattandosi di esperienze che richiedono un certo grado di precisione, conviene anzitutto far uso di strumenti che comportino quel grado di esattezza che vuole raggiungere; e che tali fossero quelli di cui si son valso risultando soddisfacente della seguente descrizione.

BILANCIO.

Bilancia del Collège de France.

Appellatomi del mio soggiorno nel Laboratorio di M. Regnault al Collège di Francia per fare le esperienze atte a determinare il volume ed il coefficiente di dilatazione degli stensomi. In questa ricerca conviene pesare ripetutamente gli stensomi pieni di mercurio, e siccome il peso eccede il chilogrammo, mi sarebbe stato difficile di trovare altrove una bilancia che si prestasse opportunamente a sì delicata ricerca.

Quella del Collège di Francia è lavoro squattrito del distinto uelista M. Deluil, ed è quella stessa che ha servito a M. Regnault nelle sue celebri ricerche.

Essa può portare fino a 5 chilogrammi su ogni piatto della bilancia, ed è sensibile al miligrammo.

Bilancia del Laboratorio di Chimica della Scuola Reale Superiore di Francia.

Le altre esperienze vennero eseguite a Vienna durante l'estate dell'anno decorso, e nel gennaio di questo anno.

Il Gabinetto del Chimico di S. Gallieno, ove io mi trovavo, non possedendo una bilancia abbastanza grande e sensibile, ho dovuto valermi di quella del Laboratorio Chimico della Scuola Reale, nel quale ho costantemente le esperienze, approfittando della cortesia del chiarissimo prof. Sig. Ruzi, che gentilmente mise a mia disposizione la bilancia e quanto avevo potuto occorrermi del suo Laboratorio. Colgo questa occasione per attestargli la mia

ricognoscerlo. — La bilancia è costruita dal sig. Rapprochi di Vienna con tal perfezione di lavoro che può portare 4 chilogr. sopra un rischiodo piatto, ed è sensibile al mezzo milligrammo suoi facilmente, e con un po' d'attenzione che si usi dà anche il decimo di milligrammo.

Quando si trattò di preparare le dissoluzioni salino all' 1 per $\frac{1}{100}$, all' 2 per $\frac{1}{100}$ etc. usò valti d'una bilancia più precisa che di cui si aveva il decimo di milligrammo.

Termometri.

I termometri sono stati costruiti da M. Faidit e portano i numeri N. 268, N. 269, N. 270 ed il N. 167. Quest'ultimo appartiene a M. Rapprochi. Sono fatti quattri a scala arbitraria ed a vertice cilindrico. I loro tubi sono stati scelti fra i più regolari e divisi in parti di uguale capacità con molta accuratezza.

Il N. 268 è un termometro campione, la cui scala comprende 928 divisioni ed abbassa circa 110 gradi della scala centigrada.

La zero si trova alla divisione 71^a,3 ed il logaritmo d'un grado = 0,3156291, cioè un grado corrisponde a 8,^o 2095 divisioni.

Questo indicazione valgono per le esperienze fatte a Parigi, ma nonadesso nel trasporto a Vienna colla l'astronimia superiore del tubo, dovetti introdurre nel nuovo mercurio, e fare tutte le operazioni necessarie perchè potesse divenire nuovamente un buon termometro. Determinati poscia i due punti fissi di temperatura, cioè del ghiaccio che si fonde, e dell'acqua bollente, un risultato che lo zero si trova a 81^a,6, e che il logaritmo d'un grado = 0,3156754, cioè che un grado corrisponde a 8,^o 2100.

La posizione dello zero variò poi come avviene da quasi tutti i termometri, si trovò a $81^{\circ}, 5$, a $82, 0$, a $82, 4$, e rimase nel merco dopo nell'apparato d'ebullizione, e poscia nel ghiaccio fondente, lo zero ridivenne a $80^{\circ}, 0$ per poi alzarsi alcuni giorni più tardi a $80, 4$, a $81^{\circ}, 0$.

La massima escursione dello zero corrispondendo a $2^{\circ}, 5$, cioè a quasi un terzo di grado.

Credo appena necessario di ricordare che ogni volta che si faceva esperienza, lo zero dei termometri veniva determinato in principio ed alla fine dell'esperienza. — Il N. 268 è egualmente un termometro campione; il tubo diviso porta 550 divisioni, ed abbraccia circa 410° . — Lo zero si trovò alla divisione 54,9 ed il logaritmo d'un grado = 4,9025548, cioè un grado corrispondente a divisioni 7,9674.

Lo zero si alzò successivamente a $54^{\circ}, 5$, a $55,0$ $55,6$ e giunse perfino a $57^{\circ}, 0$: quindi la massima escursione corrispose a $4^{\circ}, 51$.

Ogni volta che si collocò il termometro nell'apparato d'ebullizione, lo zero ridivenne fino alla divisione $54^{\circ}, 9$.

Il termometro N. 270 ha un grosso bulbo cilindrico, il tubo è diviso in 540 parti, ed abbraccia 45 gradi, dei quali 25 sopra e 20 sotto lo zero.

Si trovò che alla temperatura di zero gradi il mercurio arriva alla divisione $278^{\circ}, 8$ che cambi successivamente segnando $273^{\circ}, 8$, $274, 0$; $274^{\circ}, 8$, $275^{\circ}, 0$ $276, 4$ fino a $277, 8$; per cui la massima escursione corrispondente a $4^{\circ}, 8$ cioè a circa $0^{\circ}, 21$.

Il logaritmo d'un grado = 4,2773281, cioè un grado corrispondente a $19^{\circ}, 388$ divisioni.

Il termometro N. 267 ha lo zero a $435^{\circ}, 8$ ed il logaritmo d'un grado = 4,6974212, cioè un grado corrisponde a $3^{\circ}, 9345$.

*Modo di far la lettura e le correzioni alle letture
termometriche.*

La lettura si fa col mezzo di un cannocchiale, o col mezzo di un tubo lungo circa 8 centimetri contenente una lente che fa l'ufficio di microscopio. In questa guisa si evita l'errore di paralassi e si possono stimare i decimi di divisione coll'errore probabile di $\frac{1}{100}$. Quindi col termometro N. 168 è possibile di tener conto dei centesimi di grado e l'errore che si può commettere non supera $0^{\circ},012$; egualmente col termometro N. 209 si possono stimare i centesimi di grado, coll'errore massimo di $0^{\circ},012$; e col termometro N. 270 si possono avere i centesimi di grado coll'errore possibile di $0^{\circ},005$.

Nelle esperienze a temperature basse rimane immersa nel bagno quasi tutta la colonna termometrica, per cui non obliagano correzioni alle letture fatte sulla scala del termometro. Ma nelle osservazioni a temperature alquanto elevate, una parte della colonna termometrica emerge dal bagno, ed in questo caso conviene tener conto anche della temperatura dell'ambiente, per poter poi fare la debita correzione, riducendo la fatta lettura a quella che sarebbe stata se tutto il termometro avesse piovato nel bagno.

MODO DI MANTENERE COSTANTE LA TEMPERATURA DEL BAGNO.

*Bagno per le temperature superiori a quelle
dell'ambiente.*

Un cilindro d'ottone largo 20 centimetri, alto 45, con pareti e fondo rivestite a saldatura forte, è pieno d'acqua,

entro la quale devono essere immersi i termometri e gli strumenti contenenti i liquidi, dei quali si vuol determinare la densità. Un agitatore tenuto in continuo movimento del basso verso l'alto e viceversa, rende uniforme la temperatura del bagno.

La fig. 2 mostra la disposizione dell'apparato,

θ è lo strumento

t e T i termometri

e l'agitatore

Ad ottenere poi una data temperatura, ed a mantenerla costante per un tempo abbastanza lungo, serve una lampada a gas a doppia corrente d'aria, e di cui può esser moderata la grandezza e quindi la forza riscaldante mediante una vite micrometrica che dà accesso a una quantità più o men grande di gas secondo il bisogno. — In principio si lascia che la lampada riscaldi liberamente il fondo del vaso, e si continua a muovere l'agitatore. Quando i termometri indicano all'incirca il grado di temperatura al quale si vuol fare l'esperimento, si modera la lampada mediante la vite e si riesce ben presto ad ottenere che tanto da il calore comunicato dalla lampada al vaso del bagno, quanto è quello che le sue pareti perdono per irraggiamento o per contatto coll'aria.

I termometri allora dispongono stazionarii e devono osservarsi tali finchè si è fatta l'esperimento voluto a quella temperatura.

Tali si aumenta la grandezza della lampada finchè siasi raggiunta quella temperatura più elevata alla quale si desidera di fare una seconda determinazione. E così si continua procedendo colle cariche succedute.

*Bagno per le temperature inferiori a quelle dell'ambiente
e miscela frigorifera.*

Quando si vogliono ottenere temperature basse, ma però superiori a zero gradi, basta aggiungere all'acqua del bagno della neve o del ghiaccio trita in quantità più o men grande a norma dell'abbassamento che si desidera conseguire. L'agitatore rende uniforme la temperatura del bagno, che va successivamente abbassandosi finchè arriva al massimo in cui consentire a penetrare l'influenza dell'ambiente più caldo, e la temperatura del bagno si rialzerebbe nuovamente. Ma allora non è difficile di mantenerla costante coll'aggiungere successivamente pochi pezzi di ghiaccio, i quali, fondendosi, raffreddano appunto il bagno di quanto si sarebbe riscaldato per l'influenza delle cause esterne.

Che se poi si vogliono avere temperature più basse della zero comune ricorrere alla miscela di frigorifero. Nelle mie esperienze feci uso qualche volta di ghiaccio pesto e tal comune, più di frequente di ghiaccio pesto e cloruro di calcio cristallizzato. — Si mescolano queste due sostanze in proporzione più o men grande secondo il grado di temperatura che si vuole ottenere. È meglio di produrlo e bella prima il massimo abbassamento per poi procedere nella esperienza della temperatura più bassa verso le più elevate; altrimenti se si volesse avere il contrario invece di abbassare successivamente la temperatura si dovrebbe consumare una quantità di sale molto maggiore. — Mediante la miscela di ghiaccio e cloruro di calcio si ottiene nella stagione invernale la temperatura di -32°C . ed anche

più le sue molte esperienze nella stagione estiva ed ebbe una caduta — 20°C .

Questa miscela vuol essere agitata continuamente e rapidamente, se si sostiene tranquillo un istante, si formerebbero prontamente dei grossi pezzi di ghiaccio, i quali poi messi dall'agitatore verrebbero a urtare contro gli strumenti.

Fatta una prima osservazione alla temperatura più bassa, per portare la miscela ad una temperatura più alta, se ne leva una parte per sostituirla con, all'incirca eguale in quantità, d'una dissoluzione calda e concentrata di cloruro di sodio. La temperatura si abbassa di appena, raggiunge un massimo e poi si abbassa lentamente per causa della fusione d'una parte del ghiaccio: ma ben presto l'abbassamento si arresta e la temperatura rimane costante per alcuni minuti (1).

Alla scopo di sottrarre quanto più fosse possibile il bagno dall'influenza delle cause esterne, collocai il vaso che conteneva la miscela entro una scatola di legno di lunghezza doppia di quello del vaso, e riempii lo spazio esistente tra il vaso e la scatola di segatura di legno ben asciutta (Vedi la fig. 3). In tal guisa mi riuscì di conservare la temperatura del bagno costante almeno per un quarto d'ora ad ogni nuova osservazione. — Una questa precauzione anche per le osservazioni di temperatura superiori allo zero ma inferiori a quella dell'ambiente.

Fatta così un breve cenno degli strumenti, rimane ora di indicare le esperienze che hanno servito a calcolare i coefficienti di dilatazione del vetro, e prima ancora quella

(1) Vedi III. Regnault — *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut Imp. de France*, Vol. XXII, pag. 142.

destinate alla determinazione del peso degli strumenti, del loro volume, della capacità di una divisione.

*Determinazione del peso degli strumenti pieni
d'aria rarefatta.*

Prima di pesare ogni strumento si metteva in comunicazione con un braccio di un tubo ad U contenente cloruro di calcio, o meglio dei frammenti di paglia imbevibili d'acido solforico. Questo tubo comunicava per l'altro braccio con una macchina pneumatica, col mezzo della quale si estrasse l'aria dallo strumento, e se ne lasciava entrare porzioni della stessa, che alternativamente si tolse ad U diventava perfettamente vuota, e per meglio ridurre la ripetizione l'operazione veniva e trenta volte. — Poi si pesava lo strumento secondo costo della temperatura e della pressione barometrica.

Determinazione del volume degli strumenti.

Il volume degli strumenti venne determinato prima col mezzo del mercurio e perciò anche coll'acqua distillata.

Preferii in principio il metodo del mercurio, perchè quella stessa esperienza che serviva alla determinazione della capacità degli strumenti, poteva essere utilizzata nella ricerca del loro coefficiente di dilatazione.

Ma più tardi, quando colli determinare la densità dell'acqua distillata, dovetti prescindere dalla determinazione fatta col mercurio, poiché la densità di questo metallo alla temperatura di zero gradi è stata descritta da quella dell'acqua distillata coi dati numerici di J. Pierre (1), il quale ottiene $\frac{1}{0,999994}$ per valore del suo dato di densità, ri-

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences*, Vol. XXX, pag. 104.

questa inferiore a quella ottenuta da Despretz e a quella che risulta dalla mia esperienza.

Questa piccola differenza non produce alcun effetto sensibile sulla determinazione del coefficiente di dilatazione.

Gli strumenti coi quali operavamo furono sette, potendosi il N. 15, N. 1, N. 2, N. 3, N. 4, N. 5, N. 6.

Il N. 15 appartiene a M. Regnault, avea già servito a lui per altre esperienze, e lo introducessi assieme in molti delle ricerche del coefficiente di dilatazione cubica del vetro per avere in esso quasi un controllo ai miei risultati. M. Regnault avea trovato che il coefficiente medio di dilatazione cubica tra 0° e 100° del N. 15 è $K = 0,00002758$.

S'incontrò dunque nel riempire di mercurio tutti sotto gli strumenti. L'operazione più difficile ed alquanto pericolosa è quella di far bollire il mercurio per disacciarne l'aria e l'ossidità, essendo che ogni strumento contiene circa un chilogramma di mercurio. — In una di queste operazioni andò rotto lo strumento N. 3, sicchè non se rimase che un, dei quali si procedette a determinare il volume. — A tale effetto ognuno di essi venne circondato da ghiaccio pesto e lasciato in quel bagno per oltre due ore. Il mercurio che riempie lo strumento a parte dell'imbuto va successivamente contraggendosi finchè una ha assunto la temperatura di zero gradi. Si leva quella parte di mercurio che ancor rimane nell'imbuto ed anche quella che occupa la estremità superiore del tubo diviso, facendo in guisa che il livello del mercurio sia verso la divisione 100.

Così si ottiene facilmente con una pipetta formata da una bolla di vetro avente due code, che si possono rendere sottili e lunghe quanto si voglia.

Si metta la bolla in modo da fare uscire tutta l'aria, poi si chiude una delle code e si introduce l'altra nel tubo dritto fino alla profondità alla quale si vuole che il livello del mercurio si arresti. L'aria della bolla si restringe raffreddandosi, e quindi il mercurio monta nel scondello e si abbassa nel tubo dritto dello strumento. — Ridotta così il livello del mercurio alla divisione p. e. 100, si attende ancora mezz'ora e se continua a rimanere alla stessa punto, si può esser certi che tutta la massa del mercurio ha la temperatura di zero gradi. — Allora si pesa lo strumento colle avvertenze indicate superiormente, e dal peso trovato si sottrae il peso dello strumento vuoto, o così si ottiene il peso del mercurio che riempie, alla temperatura di zero gradi, lo strumento fino alla divisione 100. — Dividendo questo peso per la densità del mercurio si ottiene il volume dello strumento fino alla divisione 100 ed alla temperatura di zero gradi.

Così la determinazione rispetto allo strumento N. 15.

Strumento N. 15

Peso : grammi 167,729

Peso aggiunto allo strumento preso di

mercurio per far equilibrio alla la a $p_0 = 275^{\circ}, 152$

Si deduce si ricerca il peso dello strumento

pieno di mercurio, a zero gradi,

fino alla divisione 100 : $= 894^{\circ}, 367$

Pressione baromet. ridotta a 0° — $H_0 = 755,74$

$t = 5^{\circ} 00.$

Peso dello strumento pieno d'aria alla

pressione H ed alla temperatura t : $p = 536^{\circ}, 487$

Il peso del mercurio a 10° sarà : $P_0 = 841^{\circ}, 560$

Volume dello strumento a 0° $\frac{P_0}{D_0} = 0,004$ centim. cubici.
(Peso approssimativo) — $\frac{1}{15}$

Non si era tenuto conto del peso dell'aria che viene discacciata di posto del mercurio, ora che conosciamo approssimativamente il volume V_0 , potremo calcolare il peso dell'aria mediante la formula: . Peso dell'aria che occupa

$$V_a = V_0 \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha_0 t} \cdot \frac{H_0}{760} = 1^m,292187$$

della quale α = coeff. di dilataz. dell'aria secca = 0,00367

α_0 = coeff. di dilataz. del vetro che approssimativamente possiamo ritenere = 0,000083

$$V_a = 61^{m},261 = 6^{m},081561$$

Risultati

Peso dell'aria che riempie lo strumento a 0° $a = 6^{m},071$

Peso dello strumento privo d'aria fino a 100°, $a_0 = 52,116$

Peso del mercurio che lo riempie a 0° $H_0 = 841^{m},177$

Volume dello strumento fino a 100°, è alla

$$\text{temperatura di 0°} \quad \dots \dots \dots V_0 = 61^{m},26076$$

Esuali operazioni si effettuano sugli altri strumenti, ed i risultati ottenuti sono consegnati nella seguente tabella, nella quale

x rappresenta il peso del mercurio che occupa una divisione del tubo

$\alpha = \frac{x}{V_0}$ = volume di una divisione del tubo

q = peso dello strumento privo d'aria secca alla pressione H_0 ed alla temperatura T

p_0 = peso aggiunto allo strumento pieno di mercurio per far eguilibrare alla tara.

Peso della latta

$$= 1167^{\circ}, 729$$

a_{100} peso dell'aria secca che riempie lo strumento fino a $100^{\circ},0$, a 0°

a_{100} peso dello strumento pieno d'aria fino a $100^{\circ},0$

Π_0 peso del mercurio che riempie lo strumento fino a $100^{\circ},0$ a 0°

V^0_{100} volume dello strumento fino a $100^{\circ},0$ alla temperatura di 0° .

T A B L E L A I

Stom- milla No.	$\bar{v}$ grams	$\bar{v}$ coul. cub.	$\bar{v}$ gram- ml	H ₂	T	ρ_0	α	β	Γ_0	γ_0
10	0.0100	0.00122	60.487	755.56	21.5	875.143	0.0077	50,810	815,473	61,007
1	0.0050	0.000610	30.243	755.56	21.5	869.504	0.004	50,813	809,519	60,499
2	0.0025	0.000305	15.122	755.56	21.5	874.547	0.003	50,007	813,485	60,500
3	0.00125	0.000152	7.561	755.56	21.5	869.546	0.0017	50,001	813,509	60,500
4	0.00061	0.000076	3.780	755.56	21.5	869.546	0.000	61,480	803,496	70,513
5	0.000305	0.000038	1.890	755.56	21.5	867.004	0.004	97,816	948,560	97,165

Il valore di x , cioè del peso di mercurio che occupa una divisione del tubo, si ottiene coll'introdurre tre o quattro volte delle colonnette di mercurio nel tubo; e poi pesa col peso tutto il mercurio. Questo peso, diviso pel numero totale di divisioni occupate, rappresenta con molta precisione il valore del volume d'una divisione.

Così p. e. per il tubo diviso dello strumento N. 4 s'introdussero le seguenti colonnette di mercurio:

98 ^o ,1	102,0	10,7	82,8	101,0	101,0	$t=25^{\circ}\text{C.}$
24,8	15,1	10,0	1,0	16,1	11,0	
73,3	86,9	48,7	71,8	84,9	90,0	

Raccogliuto insieme il mercurio e pesatolo si ebbe

$$p=29^{\circ},4108$$

$$73^{\circ},3 + 82,8 + 48,7 + 71,8 + 24,8 + 90,0 = 359^{\circ},1$$

359^o,1 per $t=25^{\circ}$, ridotto a zero gradi

$$354,9 \quad t=0^{\circ}$$

$$434^{\circ},8 = 29^{\circ},4195$$

e quindi per una divisione $x=0,003291$

$$\text{ed il valore } w = \frac{v}{i} = \frac{0,003294}{12,28523} = 0,000268$$

Determinazione del coefficiente di dilatazione cubica degli strumenti.

Si fece uso in questa determinazione della ben nota formula che dà il coefficiente medio k di dilatazione cubica del vetro tra 0° e t° in funzione della dilatazione apparente $\Delta\delta$ del mercurio, e della dilatazione assoluta di questo liquido che chiameremo μ :

La dilatazione apparente $\Delta\delta$ del mercurio tra 0° e t°

si trova col determinante spontaneamente i pesi Π_1 e Π_2 del mercurio contenuto nello strumento a quella temperatura. Sarà

$$(9) \quad \Delta l = \frac{\Pi_2 - \Pi_{\text{temper}}}{\Pi_1} = \frac{\Delta_0}{\Pi_1}$$

dalla qual formula si rappresenta il numero di divisioni di differenza tra il livello del mercurio nella prima e nella seconda osservazione.

Note la dilatazione apparente Δl riesce agevole la determinazione della dilatazione cubica del vetro Δ_0 , e quindi del coefficiente medio tra α^0 e α^t mediante la formula

$$1 + \Delta l = \frac{1 + \alpha t}{1 + \frac{\Delta_0}{\Delta l}} \quad (10)$$

Il peso Π_1 del mercurio che riempie lo strumento fino alla divisione 1000,0 ed alla temperatura di zero gradi viene determinato precedentemente, e i singoli valori numerici sono contenuti nella Tabella I.

Gli strumenti vengono collocati successivamente in un bagno, la cui temperatura è resa uniforme e stazionaria per un tempo abbastanza lungo a far sì che nel momento della lettura siano uguali i livelli del mercurio tanto nei termometri quanto negli strumenti.

Nel bagno possono due termometri a differenti profondità.

Fatta la lettura si pesano gli strumenti colle scale precedenti per dedurre il valore Π_2 del mercurio che contiene lo strumento alla temperatura t . È evidente che

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \text{lara} = \text{peso dello strumento vuoto} \\ &\quad - \text{peso aggiunto per far equilibrio alla tara} \\ \Pi_{\text{temper}} &= \text{lara} - p_1 - r \text{ a seconda} \\ \Pi_2 &= \text{lara} - p_2 - r \\ \hline \Pi_2 - \Pi_1 &= p_1 - p_2 \end{aligned}$$

*Esperimento per la determinazione del coefficiente k
tra 0° e 25° .*

Nello stesso bagno sono collocati gli strumenti N. 1,
N. 4, N. 16, ed i termometri N. 467, N. 268

Termometro N. 467. $203,2 = 25^\circ, 12$ } Peso della lara
" N. 268. $251,4 = 25^\circ, 24$ } $m = 14470,720$

Strumento	livello del mercurio	peso aggiunto per far equilibrare sulla lara
N. 1	$82^\circ, 8$	$p_1 = 2180^\circ, 888$
N. 4	$92, 5$	$p_2 = 148, 581$
N. 16	$99, 0$	$p_3 = 274, 428$

Poi si collocarono in quel bagno gli strumenti N. 3, N. 6.

Term. N. 467 $257^\circ, 1 = 31^\circ, 36$

N. 268 $271, 8 = 31, 34$

Strum. N. 3 $86^\circ, 6$ $p_1 = 2030^\circ, 380$

N. 6 $98^\circ, 2$ $p_2 = 201, 268$

Coefficiente tra 0° e 30° .

Term. N. 467 $400,7 = 53^\circ, 16$

N. 268 $509,0 = 53^\circ, 12$

Strum. N. 4 livello del mercurio $80^\circ, 0$ $p_1 = 1420^\circ, 856$

N. 1 " $80, 5$ $p_2 = 217, 014$

N. 2 " $92, 0$ $p_3 = 251, 787$

Term. N. 467 $493,8 = 59^\circ, 12$

N. 268 $500,8 = 59^\circ, 14$

Strum. N. 6 livello del mercurio $= 50^\circ, 1$ $p_1 = 305, 132$

N. 3 " $587, 4$ $p_2 = 203, 689$

Term. N. 467 $506,0 = 59^\circ, 16$

N. 268 $501,0 = 59^\circ, 18$

Strum. N. 15 livello del mercurio $= 95^\circ, 2$ $p_1 = 279, 261$

Corriferente fra 40° e 70°.

Terna. N. 167	174,3=68°26	
N. 268	434,6=68°29	
Situa. N. 15 livello del mercurio	98,1	peso app. 281,349
N. 2	"	78,5 $p_1=283,781$
N. 1	"	87,8 $p_2=149,366$
Terna. N. 167	161°,6=63°52	
N. 268	614,6=63°57	
Situa. N. 1 livello del mercurio	=79,7	$p_1=218,776$
N. 2	"	=79,8 $p_2=209,258$
Terna. N. 167	432,8=63°39	
N. 268	593,5=63°39	
Situa. N. 4 livello del mercurio	=100°,2	$p_1=206,721$

Corriferente fra 0° e 100

Si collimano gli strumenti uno dopo l'altro nell'apparecchio che serve a determinare il punto di ebullizione dell'acqua. Lo strumento si tinge immerso nel vapore che si svolge dall'acqua bollente, e si fa la lettura quando il livello del mercurio si conserva stationary. Contemporaneamente si fanno le letture all'altimetri. Serve il barometro normale della sala di fisica del Collège de France... Correzione da farsi alla lettura barometrica... + 0^{mm}, 16.

Il barometro del barometro ha lo zero a 51,6

$$\log \bar{p} = 0,5141846$$

Si lascia posare raffreddare gli strumenti e si fanno le costanti prime.

Situa. N. 13	letture = 101°,6	$p_1=2859°,844$
N. 1	"	"
N. 2	"	"
N. 3	"	"
N. 4	"	"
N. 5	"	"
N. 6	"	"
N. 7	"	"
N. 8	"	"
N. 9	"	"
N. 10	"	"
N. 11	"	"
N. 12	"	"
N. 13	"	"
N. 14	"	"
N. 15	"	"
N. 16	"	"
N. 17	"	"
N. 18	"	"
N. 19	"	"
N. 20	"	"
N. 21	"	"
N. 22	"	"
N. 23	"	"
N. 24	"	"
N. 25	"	"
N. 26	"	"
N. 27	"	"
N. 28	"	"
N. 29	"	"
N. 30	"	"
N. 31	"	"
N. 32	"	"
N. 33	"	"
N. 34	"	"
N. 35	"	"
N. 36	"	"
N. 37	"	"
N. 38	"	"
N. 39	"	"
N. 40	"	"
N. 41	"	"
N. 42	"	"
N. 43	"	"
N. 44	"	"
N. 45	"	"
N. 46	"	"
N. 47	"	"
N. 48	"	"
N. 49	"	"
N. 50	"	"
N. 51	"	"
N. 52	"	"
N. 53	"	"
N. 54	"	"
N. 55	"	"
N. 56	"	"
N. 57	"	"
N. 58	"	"
N. 59	"	"
N. 60	"	"
N. 61	"	"
N. 62	"	"
N. 63	"	"
N. 64	"	"
N. 65	"	"
N. 66	"	"
N. 67	"	"
N. 68	"	"
N. 69	"	"
N. 70	"	"
N. 71	"	"
N. 72	"	"
N. 73	"	"
N. 74	"	"
N. 75	"	"
N. 76	"	"
N. 77	"	"
N. 78	"	"
N. 79	"	"
N. 80	"	"
N. 81	"	"
N. 82	"	"
N. 83	"	"
N. 84	"	"
N. 85	"	"
N. 86	"	"
N. 87	"	"
N. 88	"	"
N. 89	"	"
N. 90	"	"
N. 91	"	"
N. 92	"	"
N. 93	"	"
N. 94	"	"
N. 95	"	"
N. 96	"	"
N. 97	"	"
N. 98	"	"
N. 99	"	"
N. 100	"	"

Sistem. N. 2	$l=102,6$	$p_s=237,378$
$H=758,84+0,48=759,32$	$\left\{ \begin{array}{l} H_s=758,18 \\ H_v=759,82 \end{array} \right.$	$T=69^{\circ},92$
$t=77,2=9^{\circ},82$		
Sistem. N. 4	$l=102,6$	$p_s=214,738$
$H=758,84+0,48=759,32$	$\left\{ \begin{array}{l} H_s=757,98 \\ H_v=759,82 \end{array} \right.$	$T=66^{\circ},92$
$t=80,0=9^{\circ},48$		
Sistem. N. 4.	$l=102,6$	$p_s=254^{\circ},005$
$H=758,72+0,48=759,20$	$\left\{ \begin{array}{l} H_s=757,94 \\ H_v=759,82 \end{array} \right.$	$T=66^{\circ},92$
$t=80^{\circ},8=9^{\circ},56$		
Sistem. N. 1	$l=76,0$	$p_s=228,411$
$H=758,82+0,48=759,30$	$\left\{ \begin{array}{l} H_s=758,08 \\ H_v=759,82 \end{array} \right.$	$T=69^{\circ},92$
$t=76,5=9^{\circ},37$		
Sistem. N. 3	$l=104,0$	$p_s=214,701$
$H=758,46+0,48=758,95$	$\left\{ \begin{array}{l} H_s=757,60 \\ H_v=759,82 \end{array} \right.$	$T=67^{\circ},91$
$t=79,3=9^{\circ},37$		

Facendo uso di questi dati sperimentali e delle formule (2) e (3) si calcolarono i valori Δl (dilatazione apparente del mercurio), Δ (dilatazione apparente media tra θ' e θ''), Δl (dilatazione cubica del vetro), δ (coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro tra θ' e θ'').

Tali valori sono contenuti nella Tabella II, nella quale il coefficiente medio di dilatazione cubica del mercurio venne desunto dalla Tabella di M. Regnaud (*Mémoires de l'Académie royale des sciences*, T. XXI, pag. 823).

TABELLA II.

T A B L E

Stram- metric N.	<i>t</i>	<i>I</i> (kilograms)	<i>P</i> grammes	<i>m</i>	<i>I</i> ₁ grammes	<i>P</i> ₁ grammes
12	52,58	99,9	216,428	9,9	2,678	837,861
1	53,52	99,8	213,183	17,2	3,329	836,294
2	—	—	—	—	—	—
3	54,50	98,9	203,889	15,1	3,419	827,849
4	55,58	99,5	213,581	8,6	3,793	850,361
5	56,30	98,5	201,263	1,7	3,429	829,917
13	52,18	98,9	209,881	1,8	3,887	834,458
1	53,50	99,5	217,814	19,5	7,348	842,183
2	54,30	99,4	214,787	7,0	8,878	835,371
3	55,42	97,4	205,189	12,6	7,385	823,849
4	55,83	99,6	147,354	20,0	7,884	858,184
5	55,78	99,1	198,159	0,9	7,341	845,226
14	58,25	98,1	201,219	1,8	8,712	829,150
1	58,79	99,7	218,776	20,2	9,168	859,701
2	58,72	98,5	203,781	21,5	8,895	833,958
3	59,97	98,0	200,858	11,6	9,490	821,220
4	58,25	97,8	149,536	12,2	10,154	854,995
5	53,29	100,9	200,721	—0,9	8,895	803,359
15	59,97	101,6	225,844	—1,0	12,799	838,471
1	60,93	96,9	222,111	21,0	13,731	863,666
2	60,33	99,9	227,273	—0,9	12,848	839,289
3	60,91	101,6	212,701	—1,0	13,887	867,137
4	61,69	102,8	154,638	—0,8	14,762	849,307
5	60,92	102,5	211,768	—2,5	13,917	856,512

Itella, compie l'operazione di questa Tabella risulta:

I. Che gli strumenti N. 1, N. 2, N. 3, N. 4, N. 5, fatti con vetro della stessa specie hanno all'incirca il medesimo coefficiente di dilatazione cubica, che in media si potrebbe ritenere per questi strumenti

$$\lambda = 0,000024738 \quad \text{tra } 0^{\circ} \text{ e } 20^{\circ}$$

$$\lambda = 0,000025042 \quad \text{tra } 0^{\circ} \text{ e } 30^{\circ}$$

$$\lambda = 0,000025272 \quad \text{tra } 0^{\circ} \text{ e } 45^{\circ}$$

$$\lambda = 0,00002617 \quad \text{tra } 0^{\circ} \text{ e } 100^{\circ}$$

II. Che lo strumento N. 13 fatto con vetro di specie diversa ha anche differente dilatazione; e che il coefficiente di dilatazione media tra 0° e 100° risulta per questo strumento

$$\lambda = 0,000027527.$$

VI. Reguardi altri trecento per questo strumento

$$\lambda = 0,000027300.$$

III. Che il coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro va aumentando sensibilmente coll'aumentare della temperatura; e che, per conseguenza, quando si vogliono eseguire delle esperienze estremamente delicate, non basta conoscere il coefficiente di dilatazione tra 0° e 100° , ma conoscere valori del coefficiente di dilatazione proprio della temperatura che si considera.

Ne vedremo una prova nella ricerca del massimo di densità dell'acqua distillata.

IV. Lo strumento N. 1 dà eccezionalmente un valore di λ più grande tra 0° e 20° che non tra 0° e 30° ; forse i valori trovati sono trattenuti l'espressione esatta del fenomeno, e in tal caso la curva di dilatazione di questo strumento presenterebbe un flesso, ma potrebbe anche essersi commesso di osservazione, tanto per che il coefficiente di

distanze di questo strumento coincidono con quelle degli altri per la temperatura superiore.

Per evitare ogni incertezza si fece uso a preferenza degli altri strumenti.

V. La dilatazione totale cubica ΔV degli strumenti N. 2, N. 3, N. 4, N. 6, e conseguentemente i coefficienti β alle varie temperature possono essere rilevati dalla curva tracciata mediante i dati numerici della Tabella II, e con buona approssimazione anche mediante l'uso della seguente formula calcolata col metodo dei minimi.

$$\Delta V = at - at^3 + at^5$$

$$\beta = a - 3t^2 + 5t^4$$

$$\log. a = 9,8465752$$

$$\log. b = 9,6332887$$

$$\log. c = 5,2674774$$

$$a = 0,000324750$$

$$b = 0,00000003238$$

$$c = 0,00000000183$$

PARTE II.

SOMMARIO DELLE PERIODICHE DI RICERCA' DELLA TEMPERATURA UTILIZZATA IN STRUMENTI AL MINIMO.

Questo ricerche vennero fatte col mezzo degli strumenti N. 3, N. 3, N. 4.

Esempio: una serie di osservazioni durante l'esperienza, e nella presenza dei calcoli numerici successivi (1). Quelle che sono abilitati a riflettere come da ricerche saggiamente razionalmente apprezzare — importa sapere.

(1) J. Favre dice che lo stesso Regnault non poté realizzare le ricerche da lui proposte con questo strumento in causa della lunghezza dei calcoli necessari ad ottenere l'effettiva temperatura N. 1 di *Annales de Chimie et de Physique* T. XX. pag. 38.

lutto di privare completamente dell'aria che contiene l'acqua distillata che si vuol sottoporre all'esperimento. A tale scopo dopo averla introdotta nello strumento si riscalda fino alla temperatura di ebollizione, e si mantiene in questo stato per un'ora almeno, scendendo di tanto in tanto lo strumento, affinché le bolle d'aria aderenti alle pareti si distacchino, ed escano fuori dello strumento.

Il diametro interno del tubo diviso essendo di circa 1 millimetro lascia un passaggio abbastanza libero alle bolle d'aria, che in principio sono molto abbondanti. Le ultime bolle però si staccano con qualche difficoltà dalle pareti dello strumento, e costrungo l'ebollizione prolungare l'operazione anche più di due ore prima di espellerle totalmente. — Qualche volta dopo aver discacciata l'aria si sente ancora prima di incominciare la esperienza, la ricondurre l'acqua alla ebollizione per accertarsi che tutta l'aria era stata espulsa.

Quando lo strumento era pieno di acqua distillata e priva d'aria, lo si poneva in un bagno di ghiaccio fondente, e se lo si lasciava all'incirca due ore, avendo cura di scuotere del nuovo ghiaccio di mano in mano che quello si fondere. Allorché tutto il liquido aveva assunto la temperatura del ghiaccio, si toglieva il liquido sovrastante col mezzo di carta bibula (o con sollecissima pipetta), si faceva la lettura, ed anche la pesata nelle diligenze ordinariamente usate.

Il peso dell'acqua distillata che riempie lo strumento fino alla divisione zero ed alla temperatura del ghiaccio fondente, serve a rappresentare il volume R_0 dello strumento.

Volemmo peraltro in queste ricerche dalle precedenti deduzioni fatte sul mercurio, si determinò anco-

riamente la capacità d'una divisione del tubo nel seguente modo:

Sen P_{100} il peso dell'acqua a zero gradi che riempie lo strumento fino alla divisione 100; e P_0 il peso dell'acqua che lo riempie fino alla divisione 0.

Sarà $\frac{P_{100}-P_0}{100}$ il peso dell'acqua che riempie una divisione; e questo peso rappresenta anche la capacità d'una divisione, qualora si convenga di prendere per unità di volume: e per cui è di densità il peso dell'acqua distillata alla temperatura di zero gradi, pressione che il peso corrispondente al massimo.

Per lo strumento N. 3 si ebbe che il peso dell'acqua distillata a 0° che lo riempie fino alla divisione zero è di 0,999,837 e che il peso dell'acqua che occupa una divisione è uguale a 0,000,038; e quindi anche il volume dello strumento a 0° è: $V_0 = 0,999,837$ ed il volume d'una divisione $= 0,000,038$.

In queste esperienze si fecero molte osservazioni e si ripeté in un luogo alla volta di temperature al di sopra ed al di sotto del massimo; per lo più le esperienze furono fatte fra 0° e 10°.

Come si è già notato sopra, quando lo strumento si comporta allora come un termometro, ed a tale volume il livello dell'acqua distillata almeno si continuamente nel tubo diviso, mentre la temperatura scende da 0° fino a quasi 0°, alla qual temperatura l'acqua distillata avendo già superato il massimo di densità ha una dilatazione molare pari a quella del vetro, quindi la sua dilatazione apparente è nulla, per conseguenza il suo livello rimane quasi poco sensato, o passa al di sopra di 6 gradi distillando più del vetro comincia il suo incremento evidente.

— Le singole osservazioni vennero fatte a temperatura costante, cioè quando per alcuni minuti di seguito si manteneva invariabile tanto il livello del mercurio nel termometro quanto quello dell'acqua distillata nello cilindro.

D'ordinario posero nel bagno due termometri a differenti profondità per poter verificare che la temperatura era uniforme, e talora l'agitazione venne fatta con tanta delicatezza, che le indicazioni dei due termometri non apparivano mai differenze maggiori di tre o quattro centesimi di grado. Nelle seguenti tabelle sono consignati i dati sperimentali, col mezzo dei quali si può calcolare la densità d_t dell'acqua distillata a differenti temperature, ponendo eguale all'unità la sua densità a zero gradi — I calcoli vennero effettuati mediante la formula (1) della pagina 15.

La tabella III contiene le esperienze eseguite nello strumento N. 6 il dì 21 giugno, la tabella IV quelle eseguite collo stesso N. 6 (vuoto e riempito nuovamente di acqua) il dì 4 agosto.

La tabella V contiene le esperienze istantee collo strumento N. 2 il dì 19 maggio.

Le esperienze compiute in ogni tabella non richiesero meno di otto o dieci ore di tempo.

Colla strumento N. 3 vennero effettuate delle esperienze comprese tra la temperatura di 0° e quella di 11° allo scopo di determinare la temperatura del massimo, e la corrispondente densità dell'acqua distillata.

La tabella VI riassume queste esperienze eseguite il dì 21 giugno 1866, ed anche quelle che vennero fatte nei settimane di 22 e 23 giugno collo stesso strumento allo scopo di determinare la dilatazione dell'acqua distillata a temperature più elevate. Un accidente sopravvenuto allo

strumento impedito di eseguire le esperienze al di là del 50 gradi.

In questa tabella VI si introducessero le indicazioni dei due termometri immersi nel bagno per mostrare come infatti ad ogni esperienza la temperatura fosse uniforme. Fino alla temperatura di 32°,79 servono i due termometri N. 268 e N. 270 e per le temperature più elevate i due N. 248 e N. 269.

Lo zero di questi termometri venne determinato prima e dopo l'esperienza e si trovò che in quell'intervallo non aveva variato.

Il term. N. 268 ha il suo zero a	806,4
• N. 269	• 828,0
• N. 270	• 877°,5

S'intende già che per le temperature elevate nelle quali una porzione notevole di colonna mercurialia emergeva dal bagno, vennero fatte le deboli riduzioni secondo ratio della temperatura dell'ambiente.

Per ogni Tabella venne costruita la relativa curva delle densità, prendendo per ascisse le temperature e per ordinate le densità. Tracciata la curva risolsi facile il rilevare la temperatura del massimo e la corrispondente densità.

18 Grados 1865

T A B L E L A III

Alimento N.º 6.

Agua destilada.

El peso del líquido rimane invariabilmente: $P = B_1 + \rho \frac{\pi}{4} = 87.97408412$.

Temperatura		1+41	v	$\frac{\pi}{\sigma}$	B_1	B_2	d_1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						
-1,00	0,99999919	118,0	0,0432090	07,074647	07,117736	0,99999915	
-1,50	0,99999923	101,5	0,0389533	07,073399	07,116747	0,99999919	
-2,00	0,99999930	88,0	0,0351900	07,071900	07,115919	0,99999928	
-2,50	0,99999940	73,5	0,0318813	07,070200	07,115242	0,99999940	
0	1	58,5	0,0287432	07,067700	07,114813	1	
0,50	1,00000000	44,0	0,0257500	07,065432	07,114500	1,00000000	
1,00	1,00000004	30,0	0,0229200	07,063314	07,114304	1,00000004	
1,50	1,00000009	17,0	0,0202600	07,061300	07,114200	1,00000009	
2,00	1,00000015	5,0	0,0177719	07,059410	07,114190	1,00000015	
2,50	1,00000023	30,0	0,0153310	07,057630	07,114240	1,00000023	
3,00	1,00000033	20,0	0,0129901	07,056000	07,114300	1,00000033	
3,50	1,00000045	10,0	0,0107870	07,054500	07,114330	1,00000045	
4,00	1,00000059	5,0	0,0087000	07,053100	07,114330	1,00000059	
4,50	1,00000075	20,0	0,0067200	07,051800	07,114300	1,00000075	
5,00	1,00000093	10,0	0,0048500	07,050600	07,114240	1,00000093	
5,50	1,00000113	5,0	0,0030800	07,049500	07,114150	1,00000113	
6,00	1,00000135	20,0	0,0014100	07,048500	07,114030	1,00000135	
6,50	1,00000159	10,0	0,0007500	07,047600	07,113880	1,00000159	
7,00	1,00000185	5,0	0,0001900	07,046800	07,113700	1,00000185	
7,50	1,00000213	20,0	0,0000300	07,046100	07,113490	1,00000213	
8,00	1,00000243	10,0	0,0000000	07,045500	07,113250	1,00000243	
8,50	1,00000275	5,0	0,0000000	07,045000	07,112980	1,00000275	
9,00	1,00000309	20,0	0,0000000	07,044600	07,112680	1,00000309	
9,50	1,00000345	10,0	0,0000000	07,044300	07,112350	1,00000345	

Temperatura del máximo $T, 12$

$d_1 = 1,0001295$

4 Agosto 1953.

T A B L A I I

Serie N.º 6

Agua destilada.

Peso del líquido contenido: $P_{\text{L}}=W_{\text{L}}=67.1165$

t	$t+61$	n	$\frac{v}{n}$	$\frac{P_{\text{L}}}{n_{\text{L}}(1+\alpha)}$	$\frac{W_{\text{L}}}{n_{\text{L}}(1+\alpha)}$	d_t
0°	1,0000400	802,5	0,000125	67,07735	67,00000	1,0000400
0,05	1,0000402	801,0	0,000126	67,07749	67,01005	1,0000402
0,10	1,0000403	800,5	0,000126	67,07763	67,02010	1,0000403
0,15	1,0000413	800,0	0,000127	67,07789	67,03025	1,0000413
0,20	1,0000418	800,0	0,000128	67,07809	67,04040	1,0000418
0,25	1,0000428	800,0	0,000128	67,07832	67,05055	1,0000428
0,30	1,0000439	799,5	0,000129	67,07859	67,06070	1,0000439
0,35	1,0000452	799,0	0,000130	67,07889	67,07085	1,0000452
0,40	1,0000468	798,5	0,000131	67,07922	67,08100	1,0000468
0,45	1,0000485	798,0	0,000132	67,07959	67,09115	1,0000485
0,50	1,0000503	797,5	0,000133	67,08000	67,10130	1,0000503
0,55	1,0000522	797,0	0,000134	67,08045	67,11145	1,0000522
0,60	1,0000542	796,5	0,000135	67,08094	67,12160	1,0000542
0,65	1,0000563	796,0	0,000136	67,08146	67,13175	1,0000563
0,70	1,0000585	795,5	0,000137	67,08201	67,14190	1,0000585
0,75	1,0000608	795,0	0,000138	67,08259	67,15205	1,0000608
0,80	1,0000632	794,5	0,000139	67,08319	67,16220	1,0000632
0,85	1,0000657	794,0	0,000140	67,08382	67,17235	1,0000657
0,90	1,0000683	793,5	0,000141	67,08447	67,18250	1,0000683
0,95	1,0000710	793,0	0,000142	67,08515	67,19265	1,0000710
1,00	1,0000738	792,5	0,000143	67,08585	67,20280	1,0000738
1,05	1,0000767	792,0	0,000144	67,08657	67,21295	1,0000767
1,10	1,0000797	791,5	0,000145	67,08731	67,22310	1,0000797
1,15	1,0000828	791,0	0,000146	67,08807	67,23325	1,0000828
1,20	1,0000860	790,5	0,000147	67,08885	67,24340	1,0000860
1,25	1,0000893	790,0	0,000148	67,08965	67,25355	1,0000893
1,30	1,0000927	789,5	0,000149	67,09047	67,26370	1,0000927
1,35	1,0000962	789,0	0,000150	67,09131	67,27385	1,0000962
1,40	1,0000998	788,5	0,000151	67,09217	67,28400	1,0000998
1,45	1,0001035	788,0	0,000152	67,09305	67,29415	1,0001035
1,50	1,0001073	787,5	0,000153	67,09395	67,30430	1,0001073
1,55	1,0001112	787,0	0,000154	67,09487	67,31445	1,0001112
1,60	1,0001152	786,5	0,000155	67,09581	67,32460	1,0001152
1,65	1,0001193	786,0	0,000156	67,09677	67,33475	1,0001193
1,70	1,0001235	785,5	0,000157	67,09775	67,34490	1,0001235
1,75	1,0001278	785,0	0,000158	67,09875	67,35505	1,0001278
1,80	1,0001322	784,5	0,000159	67,09977	67,36520	1,0001322
1,85	1,0001367	784,0	0,000160	67,10081	67,37535	1,0001367
1,90	1,0001413	783,5	0,000161	67,10187	67,38550	1,0001413
1,95	1,0001460	783,0	0,000162	67,10295	67,39565	1,0001460
2,00	1,0001508	782,5	0,000163	67,10405	67,40580	1,0001508

Temperatura del mercurio $27,97^{\circ}$

$d_{20}=1,0001207$

59 Maggio

T A B E L L A V.

Sostanza N.° 2.

Acqua distillata.

$$\text{Peso del liquido} \quad P_1 = R_1 + m \frac{w}{d} = 51^m,93512$$

t	$1+t$	m	$m \frac{w}{d}$	R_1	W_1	d_1
—0,35	0,99996505	51,0	0,00048	51,93560	51,93512	0,99997355
—0,30	0,99996508	51,0	0,00048	51,93570	51,93512	0,99997358
—0,25	0,99996510	51,0	0,00048	51,93580	51,93512	0,99997360
0	1	51,0	0,00048	51,93590	51,93512	1,00000000
0,25	1,00003490	51,0	0,00048	51,93600	51,93512	1,00002640
0,30	1,00003488	51,0	0,00048	51,93610	51,93512	1,00002638
0,35	1,00003485	51,0	0,00048	51,93620	51,93512	1,00002635
0,40	1,00003482	51,0	0,00048	51,93630	51,93512	1,00002632
0,45	1,00003479	51,0	0,00048	51,93640	51,93512	1,00002629
0,50	1,00003476	51,0	0,00048	51,93650	51,93512	1,00002626
0,55	1,00003473	51,0	0,00048	51,93660	51,93512	1,00002623
0,60	1,00003470	51,0	0,00048	51,93670	51,93512	1,00002620
0,65	1,00003467	51,0	0,00048	51,93680	51,93512	1,00002617
0,70	1,00003464	51,0	0,00048	51,93690	51,93512	1,00002614
0,75	1,00003461	51,0	0,00048	51,93700	51,93512	1,00002611
0,80	1,00003458	51,0	0,00048	51,93710	51,93512	1,00002608
0,85	1,00003455	51,0	0,00048	51,93720	51,93512	1,00002605
0,90	1,00003452	51,0	0,00048	51,93730	51,93512	1,00002602
0,95	1,00003449	51,0	0,00048	51,93740	51,93512	1,00002599
1,00	1,00003446	51,0	0,00048	51,93750	51,93512	1,00002596
1,05	1,00003443	51,0	0,00048	51,93760	51,93512	1,00002593
1,10	1,00003440	51,0	0,00048	51,93770	51,93512	1,00002590
1,15	1,00003437	51,0	0,00048	51,93780	51,93512	1,00002587
1,20	1,00003434	51,0	0,00048	51,93790	51,93512	1,00002584
1,25	1,00003431	51,0	0,00048	51,93800	51,93512	1,00002581
1,30	1,00003428	51,0	0,00048	51,93810	51,93512	1,00002578
1,35	1,00003425	51,0	0,00048	51,93820	51,93512	1,00002575
1,40	1,00003422	51,0	0,00048	51,93830	51,93512	1,00002572
1,45	1,00003419	51,0	0,00048	51,93840	51,93512	1,00002569
1,50	1,00003416	51,0	0,00048	51,93850	51,93512	1,00002566
1,55	1,00003413	51,0	0,00048	51,93860	51,93512	1,00002563
1,60	1,00003410	51,0	0,00048	51,93870	51,93512	1,00002560
1,65	1,00003407	51,0	0,00048	51,93880	51,93512	1,00002557
1,70	1,00003404	51,0	0,00048	51,93890	51,93512	1,00002554
1,75	1,00003401	51,0	0,00048	51,93900	51,93512	1,00002551
1,80	1,00003398	51,0	0,00048	51,93910	51,93512	1,00002548
1,85	1,00003395	51,0	0,00048	51,93920	51,93512	1,00002545
1,90	1,00003392	51,0	0,00048	51,93930	51,93512	1,00002542

Cont. della Tabella V.

i	$1 + \beta i$	n	$n \frac{r}{\beta}$	R_i	W_i	d_i
6,70	1,0001453	33,9	0,01334	01,90588	01,91534	1,0000000
6,80	1,0001455	33,9	0,01334	01,90584	01,91532	1,0000000
6,91	1,0001455	33,9	0,01334	01,90588	01,91574	1,0001030
6,94	1,0001517	33,95	0,01336	01,90598	01,91604	1,0000000
6,99	1,0001547	33,95	0,01337	01,90607	01,91617	1,0000000
6,99	1,0001579	33,9	0,01336	01,90605	01,91543	1,0000000
6,91	1,0001609	33,9	0,01377	01,90604	01,91571	1,0000000
6,94	1,0001651	33,9	0,01384	01,90714	01,91606	1,0000000
6,70	1,0001687	34,2	0,01380	01,90553	01,91533	1,0000000
6,80	1,0001703	34,5	0,01380	01,90714	01,91606	1,0000000
7,01	1,0001737	34,5	0,01385	01,90779	01,91603	1,0000000
7,04	1,0001791	35,1	0,01384	01,90790	01,91613	1,0000000
7,09	1,0001791	35,5	0,01380	01,90800	01,91619	1,0000000
7,32	1,0001800	36,9	0,01386	01,90860	01,91713	1,0000000
7,39	1,0001800	36,9	0,01386	01,90830	01,91619	1,0000000

Temperatura del massimo $i = 4^{\circ}, 10$

$d_p = 1,0001200$

84, 90, 92 George 1886

T A B L E I

Stations N.° 1.

Thermomètre N.° 102	i	Thermomètre N.° 103	i'	1 + 61	a
48,0	0'	577,5	0'	1	48,0
49,0	0,25	582,0	0,24	1,0000000	49,0
50,0	0,73	586,4	0,66	1,0000000	50,0
55,0	1,66	608,7	1,65	1,0000000	55,0
60,0	2,30	618,0	2,17	1,0000000	60,0
65,0	2,88	621,0	2,82	1,0000000	65,0
69,5	3,42	642,0	3,41	1,0000000	69,5
69,5	4,01	652,0	3,99	1,0000000	69,5
69,5	4,34	658,0	4,29	1,0000000	69,5
104,0	4,71	666,0	4,68	1,0000000	104,0
608,1	4,80	678,0	4,89	1,0000000	608,1
—	—	678,0	5,29	1,0000000	608,1
611,0	5,38	680,0	5,27	1,0000000	611,0
618,4	6,48	680,0	6,42	1,0000000	618,4
620,0	6,64	680,0	6,63	1,0000000	620,0
624,0	7,23	684,0	7,21	1,0000000	624,0
627,0	7,61	684,0	7,60	1,0000000	627,0
632,0	8,24	688,0	8,24	1,0000000	632,0
636,5	8,69	690,0	8,69	1,0000000	636,5

L. A. VI.

Argon distilla.

$\frac{P}{P_0}$	R_1	W_1	P_1	d_1
0,000000	66,703600	66,703600	66,7000	1
0,000001	66,703601	66,703602	"	1,0000144
0,000002	66,703602	66,703603	"	1,0000287
0,000003	66,703603	66,703604	"	1,0000429
0,000004	66,703604	66,703605	"	1,0000570
0,000005	66,703605	66,703606	"	1,0000710
0,000006	66,703606	66,703607	"	1,0000851
0,000007	66,703607	66,703608	"	1,0000990
0,000008	66,703608	66,703609	"	1,0001129
0,000009	66,703609	66,703610	"	1,0001268
0,000010	66,703610	66,703611	"	1,0001407
0,000011	66,703611	66,703612	"	1,0001545
0,000012	66,703612	66,703613	"	1,0001684
0,000013	66,703613	66,703614	"	1,0001822
0,000014	66,703614	66,703615	"	1,0001960
0,000015	66,703615	66,703616	"	1,0002098
0,000016	66,703616	66,703617	"	1,0002235
0,000017	66,703617	66,703618	"	1,0002373
0,000018	66,703618	66,703619	"	1,0002510
0,000019	66,703619	66,703620	"	1,0002647
0,000020	66,703620	66,703621	"	1,0002784
0,000021	66,703621	66,703622	"	1,0002921
0,000022	66,703622	66,703623	"	1,0003058
0,000023	66,703623	66,703624	"	1,0003194
0,000024	66,703624	66,703625	"	1,0003331

Cont. della Tabella VI.

Termometro N.° 259	t	Termometro N.° 270	t'	$t + t'$	α
640,4	9,19	661,5	9,19	1,0002370	73,9
445,9	9,54	657,5	9,53	1,0002350	75,3
446,5	9,56	563,0	9,56	1,0002441	76,4
450,9	10,39	574,9	10,38	1,0002507	68,4
454,1	10,90	584,0	10,90	1,0002524	91,9
467,2	11,29	594,9	11,27	1,0002559	95,5
660,4	14,60	599,9	14,60	1,0002593	101,9
666,4	15,56	613,0	15,56	1,0002695	102,4
671,9	16,77	604,6	16,76	1,0004144	101,9
646,9	17,79	606,5	17,79	1,0005028	102,5
Termom. N.° 260	Termom. N.° 268	Termom. N.° 266	Termom. N.° 265	Temperat. dell' ambiente	
Termom. N.° 269	Termom. N.° 267	Termom. N.° 265	Termom. N.° 264		
379,2	26,51	379,9	26,52	1,0002696	102,9
316,9	31,33	339,4	31,30	1,0002797	103,9
309,9	35,83	376,4	35,63	1,0002903	102,3
304,9	41,91	406,2	41,84	1,0010414	102,3
431,5	45,73	437,9	45,76	1,0011127	100,5
434,2	54,05	444,2	54,09	1,0012023	101,9

Temperatura del massimo $-5^{\circ},10$

$\frac{r}{\rho}$	R_1	W_1	P_1	d_1
0,000075	66,974600	67,000075	66,9999	0,9999990
0,000080	66,975153	67,000070	"	0,9999995
0,000090	66,975706	67,000071	"	0,9999998
0,000100	66,976259	67,000069	"	0,9999997
0,000125	66,977445	67,019996	"	0,9997990
0,000150	66,978096	67,019995	"	0,9997995
0,000175	66,978739	67,019993	66,9995	0,99959977
0,000200	66,980064	67,039990	66,9990	0,99969953
0,000300	66,989160	67,099993	66,9994	0,99969989
0,000400	66,998120	67,069975	66,9991	0,99799985
= + 15°C.				
0,000000	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999957
0,000000	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999959
0,000010	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999947
0,000010	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999948
0,000010	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999948
0,000000	67,000000	67,000000	66,9999	0,99999948

$$d_1 = 1,0001835$$

Nell'ispezione dei dati numerici contenuti nelle precedenti Tabelle risulta evidentemente che sarebbe vano il cercare di esprimere la densità dell'acqua con sette cifre decimali mentre esperienze eseguite con uno stesso strumento diedero risultati che differiscono già sulla sesta cifra.

Con lo strumento N. 3 diede una volta per la temperatura del massimo $T=4^{\circ},12$

La densità $d_4=1,0001325$

presumendo per unità la densità a zero.

Ma altra volta diede $T=3,97$ $d_4=1,0001325$.

Lo strumento N. 2 diede

$T=4^{\circ},10$ $d_4=1,0001300$

e lo strumento N. 3

$T=4^{\circ},10$ $d_4=1,0001325$

Conviene però notare che ad ogni nuova esperienza il liquido veniva rimescolato e bollito: donde è da ritenersi che quei dati numerici rappresentino le relative densità dell'acqua distillata, densità che possono variare entro quei limiti secondo si riesce a privarla più o meno completamente di aria.

Facendo però cura che la densità massima dell'acqua distillata è compresa tra 1,0001300 ed 1,0001325.

A questi stessi risultati pervenne il Despretz

Infatti come media di due esperienze egli ebbe il valore di 1,0001300, e quale media di altre due 1,0001322. — Prendendo la media delle quattro esperienze da un esiguito, risulterebbe che il massimo ha luogo alla temperatura $T=4^{\circ},07$ e che la densità $d_4=1,0001300$.

Il Desprez da un numero nelle seguenti le esperienze
se ha deciso:

$$T=4^{\circ},00 \quad d_p=1,0001260,$$

benchè calcolandolo accuratamente saresti risultato:

$$T=4^{\circ},000 \quad d_p=1,0001250 \quad (1)$$

(1) Nella stampa della Memoria di Desprez (Journal de Chimie et de Physique, Tome LXX, pag. 54) è stato un tratto tipografico, che non credo sia stato corretto, e che ha fatto scambiare al lettore tra il volume dell'acqua a 0° e quello del mercurio in volume normalizzato a zero di quello che risulta dalle esperienze. Vi si legge infatti che alla temperatura $t=0^{\circ}$ $\alpha=0,0004199$ $\beta=0,0000000$ posto che alla temperatura del massimo $\alpha=1$ $\beta=1$.

Si deve leggere invece $t=0$ $\alpha=1,0004200$ $\beta=0,0000000$.

Il signor P. A. Bignon accenna alla i due valori di α e β ed adducendo bene il motivo, ne modifica uno, e discusse anche il valore di α segnato erroneamente nella tavola sopra a pag. 55 del II Volume del suo operaio Trattato di Fisica: vale:

$$t=0 \quad \alpha=0,0004199 \quad \beta=0,0000000.$$

Che sia ancora sufficientemente le meglio affidarsi appieno delle seguenti tavole che sono sperimentali del Desprez.

Desprez pone $\alpha=1$ alla temperatura del massimo T e trova

Misto di 2 esperienze T=3^{\circ},25 \quad \alpha=1,0001258 \quad per \quad t=-0,04					
α	1	α	T=4^{\circ},28	$\alpha=1,0000370$	$t=+0,08$
α	2	α	T=4^{\circ},04	$\alpha=1,0001500$	$t=+0,04$
α	3	α	T=3^{\circ},80	$\alpha=1,0001425$	$t=+0,04$

Misto di 18 esperienze T=4^{\circ},000 $\alpha=1,0000356 \quad t=0^{\circ},25$

Tavola nata dal T momento della curva d'elasticità che nel passaggio da $t=0^{\circ},00$ a $t=0^{\circ}$ il volume si moltiplica di 0,0000014.

Levate per $t=0$ $\alpha=1,0004200$ α $\beta=0,0000000$
sotto pressione $\alpha=1,0004200$ $\beta=0,0000000$

questi dati non s'attendono stampati nella Memoria del Desprez.

Egli è poi evidente che se si pone

$$\alpha=1 \quad \beta=1 \quad per \quad t=0 \quad zero$$

$\alpha=0,0004200$ $\beta=1,0004200$ alla temperatura del massimo
avrete $\alpha=0,0000000$ $\beta=0,0000000$

e sono questi i valori citati a pag. 55

Sia l'una come l'altra di questi valori diligenziosamente presi pari (a quelle che risulta dalle mie proprie esperienze, invece differiscono notevolmente dai valori 1,0001222 trovata da H. Kopp, ed 1,0001192 data da E. Pierre — La causa di questa differenza vuol essere riposta, come accennai in principio, nello aver questi due sperimentatori fatto uso nei loro calcoli del coefficiente medio di dilatazione del vetro tra 0° e 100°; mentre io determinai, come fece il Despretz, il coefficiente medio di dilatazione tra 0° e 25° — In guisa di richiamo è osservare che il valore di α corrispondente a $t = 47,81$, nella Tabella VI riesce uguale a 1,0001222, per cui si ha uno dei coefficienti medio tra zero e 25° cioè $\alpha_{25} = 0,00002475$; mentre se si pone invece $\alpha_{100} = 0,00002475$ nella tra 0° e 100, risulta $\alpha_0 = 1,0001222$ valore intermedio tra quello del Kopp e quello del Pierre.

Si può quindi ritenere che posta uguale ad uno la densità dell'acqua alla temperatura di zero, la sua densità alla temperatura del maximum sia molto prossimamente uguale a 1,000122 valore dato dal Despretz, oppure 1,000124 che risulta dalle mie esperienze.

Dopo aver tracciato le quattro curve relative alle esperienze contenute nelle precedenti Tabelle, venne delineata una nuova curva rappresentante la media generale, e da essa vengono desunti i valori consegnati nella seguente Tabella VII.

Questa Tabella contiene nella colonna seguita α la densità dell'acqua da 0° fino a 6° posta uguale ad uno la densità che essa possiede a 0°. Nella colonna D. sono segnati i valori di queste densità posta uguale ad uno la densità alla temperatura del maximum.

TABELLA VII

costante: i valori della densità e del volume dell'acqua distillata da 0° fino a 50°.

d_0 = densità a 0° posta $d_0 = 1$ D_0 = densità a 0° posta $D_{0,000} = 1$
 v_0 = volume a 0° posto $v_0 = 1$ V_0 = volume a 0° posto $V_{0,000} = 1$

t	d_t	v_t	D_t	V_t
0°	1,000000	1,000000	0,999840	1,0001210
0,5	1,000024	0,999978	0,999890	1,0001110
1	1,000048	0,999956	0,999937	1,0001010
1,5	1,000072	0,999934	0,999983	1,0000910
2	1,000096	0,999912	0,999969	1,0000811
2,5	1,000120	0,999890	0,999954	1,0000710
3	1,000144	0,999868	0,999939	1,0000611
3,5	1,000168	0,999846	0,999923	1,0000512
4	1,000192	0,999824	0,999908	1,0000412
4,5	1,000216	0,999802	1,000000	1,0000300
5	1,000240	0,999780	0,999983	1,000019
5,5	1,000264	0,999758	0,999968	1,0000091
6	1,000288	0,999736	0,999952	1,0000000
6,5	1,000312	0,999714	0,999937	1,0000017
7	1,000336	0,999692	0,999923	1,0000000
7,5	1,000360	0,999670	0,999908	1,0000000
8	1,000384	0,999648	0,999893	1,0000000
8,5	1,000408	0,999626	0,999878	1,0000000
9	1,000432	0,999604	0,999863	1,0000000
9,5	1,000456	0,999582	0,999848	1,0000000
10	1,000480	0,999560	0,999833	1,0000000
10,5	1,000504	0,999538	0,999818	1,0000000
11	1,000528	0,999516	0,999803	1,0000000
11,5	1,000552	0,999494	0,999788	1,0000000
12	1,000576	0,999472	0,999773	1,0000000
12,5	1,000600	0,999450	0,999758	1,0000000
13	1,000624	0,999428	0,999743	1,0000000
13,5	1,000648	0,999406	0,999728	1,0000000
14	1,000672	0,999384	0,999713	1,0000000
14,5	1,000696	0,999362	0,999698	1,0000000
15	1,000720	0,999340	0,999683	1,0000000
15,5	1,000744	0,999318	0,999668	1,0000000
16	1,000768	0,999296	0,999653	1,0000000
16,5	1,000792	0,999274	0,999638	1,0000000
17	1,000816	0,999252	0,999623	1,0000000

Cont. della Tabella VII

t	d_t	n_t	D_t	T_t
16	0,99819	1,00124	0,99943	1,00123
17	0,99809	1,00141	0,99917	1,00133
18	0,99800	1,00154	0,99893	1,00143
19	0,99819	1,00169	0,99868	1,00157
20	0,99797	1,00184	0,99842	1,00168
21	0,99774	1,00197	0,99819	1,00178
22	0,99751	1,00210	0,99795	1,00188
23	0,99728	1,00225	0,99771	1,00199
24	0,99699	1,00239	0,99746	1,00210
25	0,99673	1,00253	0,99722	1,00220
26	0,99645	1,00266	0,99698	1,00230
27	0,99617	1,00280	0,99674	1,00240
28	0,99588	1,00293	0,99650	1,00250
29	0,99559	1,00307	0,99626	1,00260
30	0,99529	1,00320	0,99602	1,00270
31	0,99500	1,00334	0,99578	1,00280
32	0,99470	1,00347	0,99554	1,00290
33	0,99440	1,00360	0,99530	1,00300
34	0,99410	1,00374	0,99506	1,00310
35	0,99380	1,00387	0,99482	1,00320
36	0,99350	1,00400	0,99458	1,00330
37	0,99320	1,00414	0,99434	1,00340
38	0,99290	1,00427	0,99410	1,00350
39	0,99260	1,00440	0,99386	1,00360
40	0,99230	1,00454	0,99362	1,00370
41	0,99200	1,00467	0,99338	1,00380
42	0,99170	1,00480	0,99314	1,00390
43	0,99140	1,00494	0,99290	1,00400
44	0,99110	1,00507	0,99266	1,00410
45	0,99080	1,00520	0,99242	1,00420
46	0,99050	1,00534	0,99218	1,00430
47	0,99020	1,00547	0,99194	1,00440
48	0,98990	1,00560	0,99170	1,00450
49	0,98960	1,00574	0,99146	1,00460
50	0,98930	1,00587	0,99122	1,00470

Le colonne seguite α_1 e γ_1 contengono i valori dei corrispondenti calcoli.

Tutti questi valori α_1 e γ_1 sono espressi con sette cifre decimali da $0''$ fino a $8''$. A partire da $9''$ fino al grado $50''$, che è l'ultimo compreso nella Tabella, quei valori sono espressi con sole cinque cifre decimali, e sono stati desunti dalla curva costruita coi dati numerici contenuti nella Tabella VI. — Avremmo potuto esprimere questi valori anche con sei decimali, ma la sesta cifra sarebbe rimasta dubbia, e perciò abbiamo preferito di ritenere sole cinque cifre, che crediamo poterli riguardare esatte, e che sono più che bastanti per bisogni pratici.

Conclusioni

Dal complesso di queste ricerche risulta:

1.^a Che la temperatura del maximum di densità dell'acqua distillata è di $4''.07$, valore alquanto maggiore di $1''.00$ dato dal Despretz ed assai prossimo a $4''.08$ dato da H. Rapp.

Con ciò non volendo di porre in dubbio l'esattezza delle esperienze assai concordanti del Despretz, la piccola differenza potrebbe forse dipendere dai termometri. Del resto, la densità dell'acqua alle due temperature $4''.00$ e $4''.07$ è così poco differente, che si può, senza verisimile errore, ritenere quale maximum la densità a $4''.00$.

2.^a Poichè eguali all'unità di volume e la densità dell'acqua alla temperatura del maximum, alla temperatura di zero si ha

$V_0 = 1,000125$	$D_0 = 0,999866$	non prossimo a
$V_0 = 1,000156$	$D_0 = 0,999882$	valori dati dal Despretz e notevolmente diversi da

$V_p = 1,000119$ $D_p = 0,999881$ dati da J. Pierre
e $V_p = 1,000122$ $D_p = 0,999877$ che risultano dalle
formole del Kopp.

Abbiamo già veduto per qual motivo i valori trovati da J. Pierre e da H. Kopp differiscono sensibilmente da quelli del Despretz e del mas, e perchè questi debbano essere preferiti.

3.^a La curva di dilatazione non è simmetrica ed è quasi a sé di sé del massimo. Anche il Despretz aveva fatto questa osservazione, e alla stessa conseguenza si perviene mediante le formole del Kopp. Ma questa risulta che alla temperatura di 8°,34 l'acqua possiede la stessa densità che ha alla temperatura di zero gradi. A un altro punto esiste cioè l'acqua ha la stessa densità a $-108^{\circ},46$ ed a -108 .



Fig. 1



Fig. 4



Fig. 5

per lit. H. F. F. F. F.

the 1990s, the number of people with a mental health problem has increased by 50% (Mental Health Foundation 1999).

There is a growing awareness of the need to address the needs of people with mental health problems, and the importance of the role of the community. The Department of Health (1999) has set out a vision for the future of mental health care, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.

The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care. The vision is to create a new mental health system, which is based on the principles of recovery, self-help, and community care.